Tallinna Tehnikaülikool

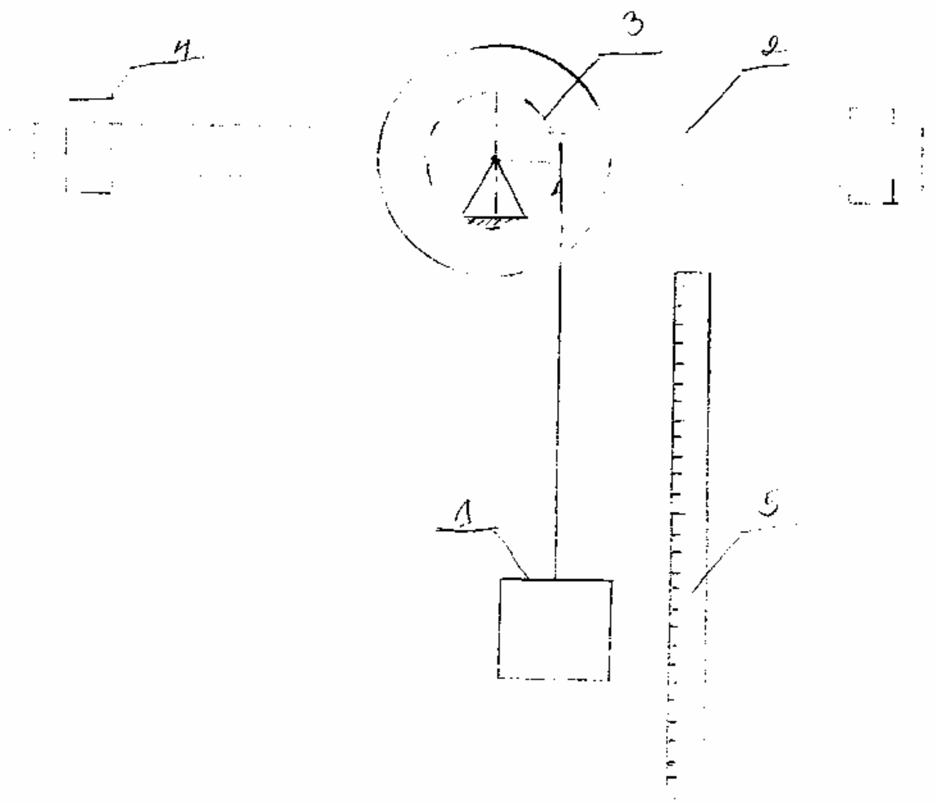
Füüsikainstituut

Üliõpilane:	Teostatud:
Õpperühm:	Kaitstud:
Töö nr. 6	OT allkiri:

PÖÖRDLIIKUMINE

Töö eesmärk: Pöördliikumise dünaamika põhiseaduse kontrollimine	Töövahendid: Katseseade, raskuste komplekt.

Skeem



1. TÖÖ ÜLESANNE

Pöördliikumise dünaamika põhiseaduse kontrollimine

2. TÖÖVAHENDID

Katseseade, raskuste komplekt.

3. TÖÖ TEOREETILISED ALUSED

Pöördliikumise dünaamika põhiseadus annab seose jõumomendi M, inertsimomendi I ja nurkkiirenduse ε vahel $\varepsilon = \frac{M}{I}$. Sellest järeldub, et konstantse inertsimomendi korral on nurkkiirendused võrdelised kehale mõjuvate jõumomentidega: $\varepsilon \sim M$. Käesoleva töö eesmärgiks ongi selle seose kontrollimine.

Jõud F, mis tekitab pöördemomendi, avaldatakse valemiga: $F = mg - ma - f$, kus m on aluse ja koormiste mass, a - kiirendus millega alus hakkab liikuma, f - hõõrdejõud. Jõumomendi jaoks saadakse avaldis $M = m(g-a)r - fr$. Kiirendus a leitakse koormise langemise kõrguse h ja langemiseks kulunud aja t kaudu. $a = \frac{2h}{t^2}$. Hõõrdejõud f määratakse järgmiselt:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + fh$$

Alg- ja lõppoleku potentsiaalsete energiate vahe võrdub hõõrdejõudude tööga teepikkusel $h+h_1$, s.o $mgh - mgh_1 = f(h+h_1)$. Siit leitakse hõõrdejõu suurus. $f = mg\frac{h-h_1}{h+h_1}$

Kui asendada saadud valemeid jõumomendi avaldisse saadakse: $M = mD\left(\frac{gh_1}{h+h_1} - \frac{h}{t^2}\right)$, kus D on võlli diameeter.

Nurkkiirenduse leidmiseks kasutatakse asjaolu, et koormise ja võlli pinna punktidel on ühesugused joonkiirused. Seega $\varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{4h}{Dt^2}$

Katse tulemuste analüüsiks joonestatakse graafik

$\varepsilon = f(M)$. Graafiku käik näitab, kas seos $\varepsilon \sim M$ kehtib. Samast graafikult arvutatakse ringe tõusu järgi süsteemi inertsimoment $I = \frac{M_1 - M_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}$, kus M_1 ja M_2 on graafikul nurkkiirendustele ε_1 ja ε_2 vastavad jõumomendid.

4. TÖÖ KÄIK

1) Tutvuge katseseadmega ja aja mõõtmise automaatsüsteemiga.
2) Tehke kindlaks, milline skaala 5 jaotise n_0 kohal asub aluse 1 põhi tema kõige madalama asendi korral ning veenduge, et selles asendis toimub ajamõõtja seiskumine.
3) Kerige niit võllile ja fikseerige võlli asend piduriga. Vaadake, millise skaalajaotise n_1 kohal on nüüd aluse põhi. Jälgige, et algasend n_1 oleks igas katses ühesugune.
4) Käivitage ajamõõtja. Samaaegselt käiviti nupule vajutamisega vabastab automaatsüsteem võlli ja raskus hakkab langema. Kui alus on jõudnud kõige madalamasse asendisse, seiskub ajamõõtja.
5) Määrake, milline skaalajaotuseni n_2 tõuseb koormis.
6) Mõõtmised viige läbi vähemalt 4 erineva koormisega ($I = \text{const}$). Korrake iga katset 5 korda.
7) Leidke langemise kõrgus h seost $h = n_0 - n_1$, tõusu kõrgus h_1 aga seost $h_1 = n_0 - \bar{n}_2$, kus $\bar{n}_2$ on keskmine skaalanäit, milleni tõuseb koormis. Mõõtmistulemused kandke tabelisse.
8) Arvutage valemite abil jõumomendid M ja vastavad nurkkiirendused ε ning nende vead. Arvutustel kasutage mõõtmistulemuste keskmisi väärtusi. Saadud tulemuste põhjal ehitage graafik $\varepsilon = f(M)$ ning arvutage süsteemi inertsimoment valemiga $I = \frac{M_1 - M_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}$ ja tema viga.

KATSE NR	MASS m, kg	LANGEMISE AEG t, s						SKAALA NÄIT n_2, cm					
		t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	$\bar{t}$	n_{21}	n_{22}	n_{23}	n_{24}	n_{25}	$\bar{n}_2$
1.	0,09	18,86	19,11	19,86	20,34	16,77	18,99	42	55	42	43	45	45,5
2.	0,14	13,60	13,65	14,99	15,05	13,65	14,19	40	40	45	41	41	41,4
3.	0,18	11,84	11,79	12,57	11,74	11,79	11,95	39	39	40	38	38	39,0
4.	0,27	9,50	9,45	9,48	9,49	9,45	9,49	37	37	37	38	37	37,2

0,14

$\bar{\bar{t}} = 13,66$

$\bar{\bar{n}}_2 = 40,78$

$n_1 = 30 \pm 0,3$ cm $\quad \Delta n_1 = 2,0 \cdot \frac{0,5}{3} = 0,33$

$n_0 = 110 \pm 0,3$ cm

$h = n_0 - n_1 = 110 - 30 = 80$ cm

$h_1 = n_0 - \bar{n}_2 = 110 - 45,4 = 64,4$ cm $\quad \bar{h}_1 = 69,25$ cm $= 0,692$ m $\cong 0,7$ m

Võlli diameeter:

$D = 40,00 \pm 0,05$ mm

$\Delta h = \sqrt{\Delta n_0^2 + \Delta n_1^2} = \sqrt{0,33^2 + 0,33^2} = 0,47 = 0,0047$

$\Delta h_1 = \sqrt{\Delta n_0^2 + \Delta n_2^2} = 0,47 = 0,0047$

$\Delta t = 2 \cdot \frac{0,005}{3} = 0,003$

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} + fh$$

$$M = mD\left(\frac{gh_1}{h+h_1} - \frac{h}{t^2}\right)$$

1) $M_1 = 0{,}0924 \cdot 0{,}04 \left(\frac{9{,}81 \cdot 0{,}646}{0{,}8 + 0{,}646} - \frac{0{,}8}{18{,}99^2}\right) = 0{,}02$ N·m

2) $M_2 = 0{,}136 \cdot 0{,}04 \left(\frac{9{,}81 \cdot 0{,}686}{0{,}8 + 0{,}686} - \frac{0{,}8}{14{,}19^2}\right) = 0{,}02$ N·m

3) $M_3 = 0{,}181 \cdot 0{,}04 \left(\frac{9{,}81 \cdot 0{,}71}{0{,}8 + 0{,}71} - \frac{0{,}8}{11{,}95^2}\right) = 0{,}03$ N·m

4) $M_4 = 0{,}276 \cdot 0{,}04 \left(\frac{9{,}81 \cdot 0{,}728}{0{,}8 + 0{,}728} - \frac{0{,}8}{9{,}49^2}\right) = 0{,}95$ N·m

$$\varepsilon = \frac{4h}{Dt^2}$$

1) $\varepsilon_1 = \frac{4 \cdot 0{,}8}{0{,}04 \cdot 18{,}99^2} = 0{,}2$

2) $\varepsilon_2 = \frac{4 \cdot 0{,}8}{0{,}04 \cdot 14{,}19^2} = 0{,}4$

3) $\varepsilon_3 = \frac{4 \cdot 0{,}8}{0{,}04 \cdot 11{,}95^2} = 0{,}6$

4) $\varepsilon_4 = \frac{4 \cdot 0{,}8}{0{,}04 \cdot 9{,}49^2} = 0{,}9$

$$J = \frac{M_1 - M_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}$$

$$J = \frac{0{,}017 - 0{,}024}{0{,}22 - 0{,}40} = 0{,}04$$

Vigade arvutus:

$$M = mD\left(\frac{gh_1}{h+h_1} + \frac{h}{t^2}\right)$$

$$\frac{\partial M}{\partial h} = -mD\left(\frac{gh_1}{(h+h_1)^2} + \frac{1}{t^2}\right)$$

$$\frac{\partial M}{\partial h_1} = \frac{mDgh}{(h+h_1)^2}$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{2mDh}{t^3}$$

$$\frac{\partial M}{\partial D} = \left(\frac{gh_1}{h+h_1} - \frac{h}{t^2}\right)m$$

$$\frac{\partial M}{\partial m} = \left(\frac{gh_1}{h+h_1} - \frac{h}{t^2}\right)D$$

$$\Delta M = \sqrt{\left[\left(\frac{gh_1}{h+h_1} - \frac{h}{t^2}\right)\cdot D\cdot \Delta m\right]^2 + \left[\left(\frac{gh_1}{h+h_1} - \frac{h}{t^2}\right)m\cdot \Delta D\right]^2 + \left[\frac{2mDh}{t^3}\Delta t\right]^2 + \left[\frac{mDgh}{(h+h_1)^2}\Delta h_1\right]^2 + \left[-mD\left(\frac{gh_1}{(h+h_1)^2} + \frac{1}{t^2}\right)\Delta h\right]^2}$$

$$\Delta M = \sqrt{\left[\left(\frac{9{,}81\cdot 0{,}69}{0{,}8+0{,}69} - \frac{0{,}8}{13{,}66^2}\right)0{,}04\cdot 0{,}0003\right]^2 + \left[\left(\frac{9{,}81\cdot 0{,}69}{0{,}8+0{,}69} - \frac{0{,}8}{13{,}66^2}\right)\cdot 0{,}11\cdot 0{,}00005\right]^2 + \left[\frac{2\cdot 0{,}11\cdot 0{,}04\cdot 0{,}8}{13{,}66^2}\cdot 0{,}003\right]^2 + \left[\frac{0{,}11\cdot 0{,}04\cdot 9{,}81\cdot 0{,}8}{(0{,}8+0{,}69)^2}\cdot 0{,}0047\right]^2 + \left[-0{,}11\cdot 0{,}04\left(\frac{9{,}81\cdot 0{,}69}{(0{,}8+0{,}69)^2} + \frac{1}{13{,}66^2}\right)\cdot 0{,}0047\right]^2} = 0{,}0001$$

$$\varepsilon = \frac{4h}{Dt^2}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial h} = \frac{4}{Dt^2}\cdot \Delta h \qquad \frac{\partial \varepsilon}{\partial D} = -\frac{4h}{D^2 t^2}\Delta D \qquad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -\frac{2\cdot 4h}{D\cdot t^3}$$

$$\Delta \varepsilon = \sqrt{\left(\frac{4}{Dt^2}\Delta h\right)^2 + \left(-\frac{4h}{D^2t^2}\Delta D\right)^2 + \left(-\frac{8h}{Dt^3}\Delta t\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{4}{0{,}04 \cdot 13{,}66^2} \cdot 0{,}0942\right)^2 + \left(-\frac{4 \cdot 0{,}8}{0{,}0016 + 186{,}5356} \cdot 0{,}00005\right)^2 +}$$

$$\overline{+\left(-\frac{8 \cdot 0{,}8}{0{,}04 \cdot 2548{,}895} \cdot 0{,}003\right)^2} = 0{,}003$$

$$J = \frac{M_1 - M_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}$$

$$\Delta J = ?$$

$$\frac{\partial J}{\partial M_1} = \frac{1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}\Delta M_1 \qquad \frac{\partial J}{\partial \varepsilon_1} = \frac{M_2 - M_1}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2}\Delta \varepsilon_1$$

$$\frac{\partial J}{\partial M_2} = -\frac{1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}\Delta M_2 \qquad \frac{\partial J}{\partial \varepsilon_2} = \frac{M_1 - M_2}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2}\Delta \varepsilon_2$$

$$\Delta J = \sqrt{\left(\frac{1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}\Delta M\right)^2 + \left(-\frac{1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}\Delta M\right)^2 + \left(\frac{M_2 - M_1}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2}\Delta \varepsilon\right)^2 + \left(\frac{M_1 - M_2}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2}\Delta \varepsilon\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{0{,}2 - 0{,}4} \cdot 0{,}0001\right)^2 + \left(-\frac{1}{0{,}2 - 0{,}4} \cdot 0{,}0001\right)^2 + \left(\frac{0{,}025 - 0{,}016}{(0{,}2 - 0{,}4)^2} \cdot 0{,}003\right)^2 + \left(\frac{0{,}016 - 0{,}025}{(0{,}2 - 0{,}4)^2} 0{,}003\right)^2} =$$

$$= 0{,}001$$

$$J = 0{,}04 \pm 0{,}001$$

Järeldus: Kontrollisin pöördliikumise dünaamika põhiseadust. $\varepsilon \sim M$ nurkkiirendused on võrdelised kehale mõjuvate jõumomentidega. Kontrollisin ka et J oleks konstantne kõigi koormise ja väärtuste korral.